MEGOLDÁSOK

5. OSZTÁLY

1. FELADAT (5 PONT)

Számítsd ki az alábbi műveletsor eredményét!

$20 \cdot 17 \cdot 11 - 20 \cdot 17 - 201 \cdot 7 + 2 \cdot 0 \cdot 17 + 1 \cdot 1 \cdot 24$

$20 \cdot 17 \cdot 11 - 20 \cdot 17 - 201 \cdot 7 + 2 \cdot 0 \cdot 17 + 1 \cdot 1 \cdot 24 = 20 \cdot 17 \cdot (11 - 1) - 1407 + 0 + 24 =$
$= 3400 - 1407 + 24 = \mathbf{2017}$

2. FELADAT (6 PONT)

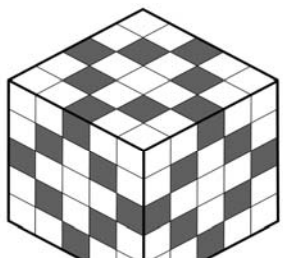
Melyik az a legkisebb ötjegyű pozitív egész szám, amelynek minden számjegye páratlan (1, 3, 5, 7 vagy 9) és

***a)* a számjegyeinek összege 13?**
***b)* a számjegyeinek összege 18?**
***c)* a számjegyeinek összege 23?**

a) **11119**
b) **nincs ilyen szám**, mert öt páratlan szám összege csak páratlan lehet, a 18 pedig páros.
c) **11399**

3. FELADAT (7 PONT)

125 fehér kiskockából építettünk egy nagy kockát, majd minden lapját egyformára kifestettük az ábra szerint.



***a)* Hány olyan kiskocka keletkezett, amelynek pontosan egy lapja sötét?**
***b)* Hány olyan kiskocka keletkezett, amelynek pontosan két lapja sötét?**
***c)* Hány olyan kiskocka van, amelynek minden lapja fehér maradt?**

a) Ezek a lapok közepén lévő kiskockák. Minden lapon 4 ilyen kiskocka van, ezért összesen $6 \cdot 4 = \mathbf{24}$ ilyen kiskocka van.
b) Ezek az élek mentén (de nem a csúcsokban) lévő kiskockák. Minden élen 1 két lapja sötét kiskocka van, ezért $12 \cdot 1 = \mathbf{12}$ ilyen kiskocka van.
c) Minden olyan kiskocka megfelelő, ami nem szerepelt az *a)* vagy a *b)* feladatban, ezért $125 - 24 - 12 = \mathbf{89}$ olyan kiskocka van, amelynek minden lapja fehér.
(Másképp: $3 \cdot 3 \cdot 3 + 8 + 12 \cdot 2 + 6 \cdot 5 = 89$)

4. FELADAT (6 PONT)

Gabi hét egyforma golyót helyezett egy dobozba, melyek közül egyre 1-et, kettőre 2-t, négyre pedig 4-et írt. A dobozból kivett három golyót, összeadta a rajtuk lévő számokat, s utána visszatette a golyókat. Mi lehetett az összeadás eredménye?

$1 + 2 + 2 = 5$; $1 + 2 + 4 = 7$; $1 + 4 + 4 = 9$; $2 + 2 + 4 = 8$; $2 + 4 + 4 = 10$; $4 + 4 + 4 = 12$.
Tehát az összeadás eredménye **5, 7, 8, 9, 10 vagy 12** lehet.

5. FELADAT (6 PONT)

Egy bolha ugrál a számegyenesen felváltva jobbra és balra. Minden ugrása eggyel hosszabb, mint az előző. A 0 pontból indul, s először az 1-re ugrik.

***a)* Hol lesz a tízedik ugrás után?**

***b)* Hányadik ugrásra lesz a 24-es pontban?**

***c)* Hol lesz a 2017. ugrás után?**

a) Az egyes ugrások után a következő pontokba jut a bolha: 1, –1, 2, –2, 3, –3, 4, –4, 5, –5.
Tehát a –5 pontban lesz a tízedik ugrás után.
b) 1, –1, 2, –2, 3, –3, 4, –4, 5, –5, ... , 23, –23, 24. Ezért a 47. ugrásra jut a 24-es pontba.
c) 1, –1, 2, –2, 3, –3, 4, –4, 5, –5, ... , 1008, –1008, 1009. Tehát az 1009 pontban lesz a 2017. ugrás után.
(Másképp: 1 – 2 + 3 – 4 + 5 – 6 + 7 – 8 + ... + 2015 – 2016 + 2017 = 1009)

6. FELADAT (8 PONT)

Brigi gondolt egy kétjegyű számot, a szám jegyeit összeszorozta, majd a kapott szám jegyeit ismét összeszorozta. Ezt addig ismételte, míg egyjegyű számot nem kapott. Milyen számra (számokra) gondolhatott Brigi, ha 0-t kapott eredményül?

Egy kétjegyű szám számjegyeinek a szorzata csak maximum kétjegyű lehet.
A szorzat eredménye csak úgy lehet 0, ha valamelyik tényezője 0.
Így az utolsó szorzás előtt **10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90** lehetett csak a szorzat vagy a gondolt szám. Ezek a kétjegyű számok mind jók.
10 = 2 · 5, ekkor a gondolt szám **25** vagy **52**,
de 25 = 5 · 5, ezért **55** is lehetett a gondolt szám.
Az 52 és az 55 már nem bontható két egyjegyű szám szorzatára.
20 = 4 · 5, ekkor a gondolt szám **45** vagy **54**,
de 45 = 9 · 5, 54 = 9 · 6, ezért **59**, **95**, **69** és **96** is lehetett a gondolt szám.
Az 59, 69, 95 és a 96 már nem bontható két egyjegyű szám szorzatára.
30 = 6 · 5, ekkor a gondolt szám **56** vagy **65**,
de 56 = 8 · 7, ezért **78** és **87** is lehetett a gondolt szám.
A 78 és a 87 már nem bontható két egyjegyű szám szorzatára.
40 = 8 · 5, ekkor a gondolt szám **58** vagy **85**.
Az 58 és a 85 már nem bontható két egyjegyű szám szorzatára.
Az 50, 60, 70, 80, és a 90 sem bontható már két egyjegyű szám szorzatára.
A gondolt számok növekvő sorrendben a következők lehettek:
10, 20, 25, 30, 40, 45, 50, 52, 54, 55, 56 58, 60, 59, 65, 69, 70, 78, 80, 85, 87, 90, 95, 96.
Tehát összesen 24 számra gondolhatott Brigi.

ÖSSZESEN: 38 pont

MEGOLDÁSOK

6. OSZTÁLY

1. FELADAT (6 PONT)

Melyik az a legkisebb hatjegyű pozitív egész szám, amelynek minden számjegye páros (0, 2, 4, 6 vagy 8) és

***a)* a számjegyeinek összege 10?**
***b)* a számjegyeinek összege 15?**
***c)* a számjegyeinek összege 24?**

a) **200008**
b) **Nincs ilyen szám**, mert csupa páros számjegy összege csak páros lehet, a 15 pedig páratlan.
c) **200688**

2. FELADAT (6 PONT)

Az Amfiteátrum Kupa verseny szervezésére 234 diák jelentkezett, akiket névsor szerint sorba raktak. Vivi a jelentkezők közül minden hetediket, Andris minden ötödiket, Laci pedig minden harmadikat választotta ki.

***a)* Melyikük választotta ki a legtöbbet?**
***b)* Hány diákot választott ki Andris?**
***c)* Hány olyan diák volt, akit mindhárman kiválasztottak?**

a) **Laci** választotta ki a legtöbbet.
b) $234 : 5 = 46$ (és marad 4). Tehát Andris **46** diákot választott ki.
c) $7 \cdot 5 \cdot 3 = 105$, azaz minden 105. diákot választották ki mindhárman.
$234 : 105 = 2$ (és marad 24). Tehát **2** olyan diák volt, akit mindhárman kiválasztottak.

3. FELADAT (5 PONT)

Az Árpád Gimnázium egyik emeletén nyolc szomszédos terem van, 1-től 8-ig sorszámozva. Tudjuk, hogy két szomszédos teremben az asztalok számának eltérése mindig 1 (tehát például a 4-es teremben vagy eggyel több vagy eggyel kevesebb asztal van, mint a 3-as teremben). Az 1-es teremben 15 asztal, a 8-as teremben 14 asztal van.

***a)* Hány asztal lehet a 3. teremben?**
***b)* Hány asztal lehet az 5. teremben?**

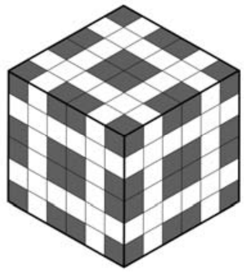
Az egyes termekben lehetséges asztalok száma:

1.terem	2.terem	3.terem	4.terem	5.terem	6.terem	7.terem	8.terem
				11			
			12		12		
		13		13		13	
	14		14		14		14
15		15		15		15	
	16		16		16		
		17		17			
			18				
				19			

a) Tehát a 3-as teremben **13, 15 vagy 17** asztal lehet.
b) 5-ös teremben lehetne így 11, 13, 15, 17, 19 asztal, de a 8-as teremben lévő 14 asztal miatt a 19 asztal nem fordulhat elő. Ezért az 5-ös teremben **11, 13, 15 vagy 17** asztal lehet.

4. FELADAT (7 PONT)

216 fehér kiskockából építettünk egy nagy kockát, majd minden lapját egyformára kifestettük az ábra szerint.

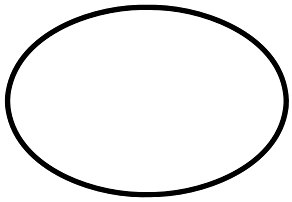


***a)* Hány olyan kiskocka keletkezett, amelynek pontosan három lapja sötét?**
***b)* Hány olyan kiskocka keletkezett, amelynek pontosan két lapja sötét?**
***c)* Hány olyan kiskocka van, amelynek minden lapja fehér maradt?**

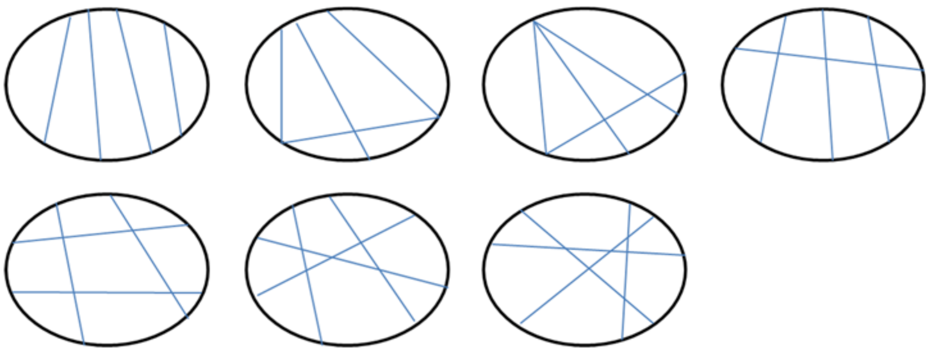
a) Ezek a csúcsokban lévő kiskockák, ezért **8** kiskockának lesz három lapja sötét.
b) Ezek az élek mentén (de nem a csúcsokban) lévő kiskockák.
Minden élen 2 két lapja sötét kiskocka van, ezért $12 \cdot 2 =$ **24** ilyen kiskocka van.
c) A lapok közepén lévő kiskockák egy lapja sötét.
Minden lapon 4 ilyen kiskocka van, ezért összesen $6 \cdot 4 = 24$ kiskocka egy lapja sötét.
Egy kiskockának legfeljebb három lapja sötét, ezért a fehér kiskockák száma $216 - 8 - 24 - 24 =$ **160**.
(Másképp: $4 \cdot 4 \cdot 4 + 12 \cdot 2 + 6 \cdot 12 = 160$)

5. FELADAT (7 PONT)

A mai matematikaversenynek is nevet adó Amfiteátrum ilyen alakú:



Felújítási munkákat kezdenek el, melynek során szalagokat húznak ki a kerítés két-két pontja között. Négy ilyen szalag kihúzásával hány részre tudják felosztani az Amfiteátrum területét?
Keress minél több lehetőségeket!



Tehát **5, 6, 7, 8, 9, 10 vagy 11 részre** tudjuk szétosztani.

6. FELADAT (7 PONT)

Egy hosszú papírcsíkra felírtuk a 24-et néhányszor egymás után. Ezután a papírcsíkot felvágjuk úgy, hogy minden darabon más szám legyen.
(Ha például csak 3-szor írjuk le a 24-et így: 242424, akkor egy lehetséges felvágás a következő:
2| 42| 424, tehát ekkor a kapott számok 2, 42, 424. De négy részre is tudjuk vágni pl. így: 2, 42, 4, 24.)
Legfeljebb hány részre tudjuk szétvágni a papírszalagot, ha
***a)* tízszer írtuk le egymás után a 24-et?**
***b)* huszonötször írtuk le egymás után a 24-et?**
Melyik esetben hogyan csináljuk a felvágást?

a) Egyjegyű, kétjegyű és háromjegyű számból is csak kétféle lehet (2-vel vagy 4-gyel kezdődő), ezért akkor lesz a legtöbb rész, ha 2-2 db egy-, két-, három- és négyjegyű számra vágjuk szét.
(Ez $2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4) = 20$ számjegy). Így **8** részre tudjuk felvágni.
Egy lehetséges szétvágás: 2| 42| 4| 24| 2424| 242| 4242| 424.
b) Ha huszonötször írjuk le a 24-et, akkor ez összesen 50 számjegy.
$50 = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) + 8$.
Ezért akkor lesz a legtöbb rész, ha például 2-2 db egy-, két-, három-, négy-, öt- és hatjegyű számra, valamint egy nyolcjegyű számra vágjuk szét. (A nyolcjegyű már csak úgy lenne szétvágható, hogy valamelyik már meglévő számunk lesz legalább az egyik részen.) Így $12 + 1 =$ **13** részre tudjuk felvágni.
Egy lehetséges szétvágás:
2| 42| 4| 24| 2424| 242| 4242| 424| 24242| 424242| 42424| 242424| 24242424.

ÖSSZESEN: 38 pont