

MEGOLDÁSOK

5. OSZTÁLY

1. FELADAT

Dani éjjel felébredt, és azt látta, hogy az ágya melletti órában kimerült az elem, és az óra megállt. Ekkor 2 óra 40 percet mutatott. Gyorsan kicserélte az elemet, majd elaludt. Amikor reggel felébredt, a toronyóra éppen a 8 órát ütötte, az ő órája pedig 6 óra 10 percet mutatott. Mikor ébredt fel éjjel Dani?

$8 \text{ óra} - 6 \text{ óra } 10 \text{ perc} = 1 \text{ óra } 50 \text{ perc}$. Ennyivel kevesebbet mutat az órája.

$2 \text{ óra } 40 \text{ perc} + 1 \text{ óra } 50 \text{ perc} = 3 \text{ óra } 90 \text{ perc} = 4 \text{ óra } 30 \text{ perc}$.

Tehát Dani **4 óra 30 perckor** ébredt fel éjjel.

2. FELADAT

Egy 42 cm hosszú és 12 cm széles téglalapot szeretnénk (hulladék nélkül) feldarabolni olyan egyforma négyzetekre, melyek oldalai centiméterben mérve egész számok.

a) Hány darab négyzetre tudjuk feldarabolni? Keresz minél több megoldást!

A talált lehetőségek közül most válaszd ki azt, amelyik a legkevesebb négyzetből áll.

b) Mekkora a négyzetek területeinek összege?

c) Mekkora a négyzetek kerületeinek összege?

a) A négyzet oldalának hossza osztója 42-nek és 12-nek is, tehát lehet 6 cm, 3 cm, 2 cm és 1 cm.

Ha az oldala 6 cm, akkor $7 \cdot 2 = 14 \text{ db}$ négyzet lesz.

Ha az oldala 3 cm, akkor $14 \cdot 4 = 56 \text{ db}$ négyzet lesz.

Ha az oldala 2 cm, akkor $21 \cdot 6 = 126 \text{ db}$ négyzet lesz.

Ha az oldala 1 cm, akkor $42 \cdot 12 = 504 \text{ db}$ négyzet lesz.

b) A négyzetek területeinek az összege mindig megegyezik az eredeti téglalap területével.

Tehát a négyzetek területeinek összege $42 \cdot 12 = (6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 14) = 504 \text{ cm}^2$.

c) A legkevesebb a 14 db négyzet, amelynek oldalai 6 cm hosszúak.

Így a kerületek összege: $4 \cdot 6 \text{ cm} \cdot 14 = 336 \text{ cm}$.

3. FELADAT

Egy digitális óra kijelzőjén négy számjegy mutatja a pontos időt. Például délután 17 óra 8 perckor 17:08 látható a kijelzőn. Az Amfi Kupa matematikaverseny 12:30-tól 13:45-ig tart.

a) Mikor látszik először pontosan két 3-as számjegy az óra kijelzőjén a verseny ideje alatt?

b) Összesen hány perceg látszik pontosan két 3-as számjegy az óra kijelzőjén a verseny ideje alatt?

a) 12:33-kor

b) A következő percek alatt látszik pontosan két 3-as számjegy: 12:33, 13:03, 13:13, 13:23, 13:30, 13:31, 13:32, 13:34-tól 13:39-ig, 13:43.

13:03, 13:13, 13:23, 13:43, ez 4 perc, 13:30-13:39, de 13:33 nem jó, ez így összesen 9 perc.

$1 + 4 + 9 = 14$, tehát ez összesen **14 perc**.

4. FELADAT

Dorina tornyot épít 4 piros 3 fehér és 1 zöld azonos méretű kocka egymásra rakásával. Hányféle nyolc kocka magasságú színes tornyot tud Dorina építeni, ha két azonos színű kocka nem kerülhet közvetlenül egymásra? Sorold fel ezeket!

Jelöljük a 8 kockát a színük alapján így: P, P, P, P, F, F, F, Z.

A lehetséges tornyok:

PFZPFEPFEP, PFPZPFEPF, PFPZFEPFEP, PEPFEPZPFP, PEPFEPZPFP, PEPFEPZFP, PEPFEPFZP,
PEPFEPFEPZ, PZPFEPFEPF, PZFPFEPFEP – FFPZPFEPFEP, FFPFPZPFP, FFPFPFPZP – ZPFPFEPFEP

Egy másik csoportosítással:

- P_xP_xP_xP_x típusú, ahol bármelyik x helyén lehet a Z, a többi x pedig F (4 db)
- xP_xP_xP_xP típusú, ahol szintén bármelyik x helyén lehet a Z, a többi x pedig F (4 db)
- PxxP_xP_xP, P_xPxxP_xP és P_xP_xPxxP típusok, ahol az xx helyén ZF vagy FZ van, a többi x pedig F (2-2-2 db).

Tehát összesen **14-féle** tornyot tud Dorina építeni.

5. FELADAT

A mai nap dátuma: 2025.12.05. Az év számjegyeinek összege $2 + 0 + 2 + 5 = 9$, a hónap és nap számjegyeinek összege pedig $1 + 2 + 0 + 5 = 8$. A hónap és a nap számjegyeinek összege pont eggyel kevesebb, mint az év számjegyeinek összege.

Sorold fel az összes ilyen tulajdonságú dátumot, amely ebben az évben van!

A megfelelő dátumok ebben az évben:

(12.05) 12.14, 12.23, 11.06, 11.15, 11.24, 10.07, 10.16, 10.25, 07.01, 07.10, 06.02, 06.11, 06.20, 05.03, 05.12, 05.21, 05.30, 04.04, 04.13, 04.22, (04.31. lehetne, de április csak 30 napos), 03.05, 03.14, 03.23, 02.06, 02.15, 02.24, 01.07, 01.16, 01.25.

(Tehát összesen 30 megfelelő dátum van.)

6. FELADAT

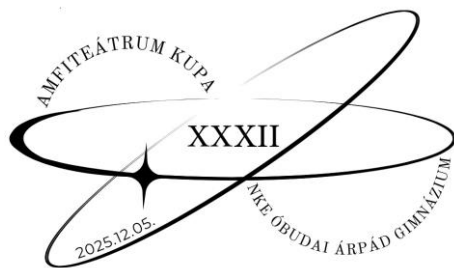
Egy számot *különleges* számnak nevezünk, ha az első és utolsó számjegy szorzata megegyezik a közbeeső számjegyek által alkotott számmal. (Például a 263 különleges, mert $2 \cdot 3 = 6$, különleges a 2147 is, mert $2 \cdot 7 = 14$, különleges a 4082 is, mert $4 \cdot 2 = 08$, de nem különleges a 143, mert $1 \cdot 3 \neq 4$).

- Írj fel legalább négy különleges számot az említetteken kívül!
- Hány háromjegyű különleges szám van? Sorold fel ezeket!
- Hány négyjegyű különleges szám van, amelynek minden számjegye páros? Sorold fel ezeket!

- a) Például 155, 200, 482, 3186 (vagy bármelyik négy helyes szám).
b) 100, 111, 122, 133, 144, 155, 166, 177, 188, 199
200, 221, 242, 263, 284,
300, 331, 362, 393,
400, 441, 482
500, 551, 600, 661, 700, 771, 800, 881, 900, 991

Tehát összesen **32 db** háromjegyű különleges szám van.

- c) 2000, 2042, 2084, 4000, 4082, 4246, 6000, 6244, 6488, 8000, 8486, 8648
Tehát **12 db** ilyen szám van.



MEGOLDÁSOK

6. OSZTÁLY

1. FELADAT

Három szám összege 32. Ha mindhárom számhoz hozzáadjuk ugyanazt a számot, akkor 19-et, 21-et, illetve 25-öt kapunk. Melyik ez a három szám?

$$19 + 21 + 25 = 65$$

$$65 - 32 = 33$$

Mivel mindhárom számhoz ugyanazt a számot adtuk hozzá, ezért a hozzáadott szám $33 : 3 = 11$.

$$19 - 11 = 8, 21 - 11 = 10, 25 - 11 = 14.$$

Tehát a három keresett szám: **8, 10, 14**.

2. FELADAT

Melyik lehet az a természetes szám, amelyhez ha hozzáadjuk a számjegyeinek az összegét, az eredmény 105 lesz? Keress több megoldást!

Ha a keresett szám háromjegyű, akkor $\overline{10a}$ alakú, ahol a egy számjegy. Ekkor a szám és számjegyeinek összege: $\overline{10a} + 1 + 0 + a = 101 + 2a = 105$. Ekkor $a = 2$.

Tehát az egyik keresett szám a **102** (ellenőrzés: $102 + 1 + 0 + 2 = 105$).

Ha a keresett szám kétjegyű, akkor a tízesek helyén csak 8 vagy 9 lehet (mert még 79 esetén is csak $79 + 7 + 9 = 95$ lenne az összeg).

Ha 8 van a tízesek helyén, akkor a szám $\overline{8a}$ alakú, ahol a egy számjegy. Ekkor a szám és számjegyeinek összege: $\overline{8a} + 8 + a = 88 + 2a = 105$. Ilyen a nincs, mert $88 + 2a$ páros, a 105 pedig páratlan.

Ha 9 van a tízesek helyén, akkor a szám $\overline{9a}$ alakú, ahol a egy számjegy. Ekkor a szám és számjegyeinek összege: $\overline{9a} + 9 + a = 99 + 2a = 105$. Ekkor $a = 3$.

Tehát a másik keresett szám a **93** (ellenőrzés: $93 + 9 + 3 = 105$).

3. FELADAT

Egy tábla csokoládé egyforma kis téglalap alakú darabokból áll. Máté úgy evett a csokoládéból, hogy először egy teljes sort evett meg, utána a maradékból egy teljes oszlopot, végül pedig a maradékból megint egy teljes sort. Így először 28 gramm csokoládét evett, majd 16 gramm csokoládét, aztán 24 gramm csokoládét. A megmaradt csokoládét odaadta Milánnak.

a) Hány gramm csokoládét kapott Milán?

b) Melyiküknek jutott több csokoládé?

a) Először megette a felső sort, majd utoljára az alsó sort. A kettő közti különbség $28 - 24 = 4$ gramm, ez egy kis darabnak a tömege (szürkével jelzett rész)

A felső sor így eredetileg $28 : 4 = 7$ db 4 grammos darabból áll.

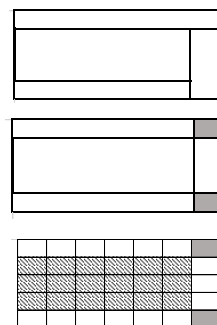
$16 : 4 = 4$ és $4 + 1 = 5$, tehát 5 sor volt az eredeti táblán.

Milán így egy $7 - 1 = 6$ oszlopból és $5 - 2 = 3$ sorból álló táblát kapott (sátirozott terület), melynek tömege $6 \cdot 3 \cdot 4$ gramm = 72 gramm.

Tehát Milán **72 gramm** csokoládét kapott.

b) Mivel Máté $28 + 16 + 24 = 68$ gramm csokoládét evett meg, így **Milánnak** jutott a több csokoládé.

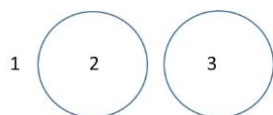
Vagy: az egész csoki $7 \cdot 5 \cdot 4$ gramm = 140 gramm, így Milán $140 - 68 = 72$ grammot kapott, tehát neki jutott több csokoládé.



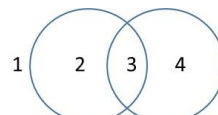
4. FELADAT

Két kör a síkot három vagy négy részre tudja felosztani. Például így:

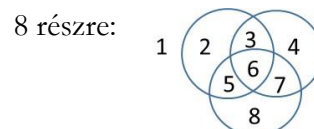
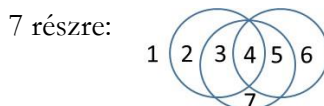
3 részre:



4 részre:



Hány részre tudja felosztani a síkot három kör? Keres minél több lehetőséget!



5. FELADAT

2025 darab pozitív egész szám szorzata 32. Mennyi lehet a 2025 darab szám összege? Keres minél több lehetőséget!

$$32 = 16 \cdot 2 = 8 \cdot 4 = 8 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 4 \cdot 2 = 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

Ezek a szorzótényezők fordulhatnak elő, a többi tényező pedig 1.

A 2025 darab szám összege:

tényezők	32	16	8	4	2	1	Összeg kiszámítása	Összeg
db	1	0	0	0	0	2024	$1 \cdot 32 + 2024 \cdot 1$	2056
	0	1	0	0	1	2023	$1 \cdot 16 + 1 \cdot 2 + 2023 \cdot 1$	2041
	0	0	1	1	0	2023	$1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 2023 \cdot 1$	2035
	0	0	1	0	2	2022	$1 \cdot 8 + 2 \cdot 2 + 2022 \cdot 1$	2034
	0	0	0	2	1	2022	$2 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 2022 \cdot 1$	2032
	0	0	0	1	3	2021	$1 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 2021 \cdot 1$	2031
	0	0	0	0	5	2020	$5 \cdot 2 + 2020 \cdot 1$	2030

Tehát a 2025 darab pozitív egész szám összege **2030, 2031, 2032, 2034, 2035, 2041 vagy 2056** lehet.

6. FELADAT

Egy számot *érdekes* számnak nevezünk, ha az első és utolsó számjegyét kivéve minden további számjegye a mellette lévő két számjegy átlaga (azaz a két számjegy összegének a fele).

(Például a 13 579 érdekes, mert $\frac{1+5}{2} = 3$, $\frac{3+7}{2} = 5$ és $\frac{5+9}{2} = 7$. A 264 viszont nem érdekes, mert

$$\frac{2+4}{2} \neq 6.)$$

a) Írj fel egy háromjegyű és egy négyjegyű érdekes számot!

b) Hány háromjegyű érdekes szám van?

c) Sorold fel az összes olyan négyjegyű érdekes számot, amelynek minden számjegye páratlan!

a) Például 147, 2345 (vagy bármelyik két helyes szám)

b) 111, 123, 135, 147, 159

210, 222, 234, 246, 258

321, 333, 345, 357, 369

stb...

840, 852, 864, 876, 888

950, 963, 975, 987, 999

(Ha az első számjegy páros, akkor a harmadik számjegy is, ha az első számjegy páratlan, akkor a harmadik is. Bármelyik számjegy áll a százask helyén 1-től 9-ig, öt megfelelő számot kapunk.)

Összesen $9 \cdot 5 = 45$ háromjegyű érdekes szám van.

c) 1111, 1357, 3333, 3579, 5555, 7531, 7777, 9753, 9999

(Tehát 9 olyan négyjegyű érdekes szám van, amelynek minden számjegye páratlan.)